Tentukan :

a). Letak pusat massa

b). Resultan gaya-gaya dan titik tangkapnya.

c). Percepatan pusat massa ($a_{p.m}$)

d). Resultan percepatan.

Gambar 6-5

Jawab: $m = \sum m_i = (8 + 4 + 4) \text{ kg} = 16 \text{ kg}$

$$x_{p.m} = \frac{\sum x_i m_i}{\sum m_i} = \frac{(4.8) + (1.4) + (-2.4)}{16}$$

$$= \frac{32 + 4 - 8}{16} = \frac{28}{16} = 1,75$$

$$y_{p.m} = \frac{\sum y_i m_i}{\sum m_i} = \frac{(1.8) + (-3.4) + (2.4)}{16}$$

$$= \frac{8 - 12 + 8}{16} = \frac{4}{16} = 0,25$$

Jadi Pusat massa (7/4, 1/4)

b) $R_x = \sum F_x = F_{ix} + F_{2x} + F_{3x} = (0+14-6) \text{ N} = 8 \text{ N}$

$R_y = \sum F_y = F_{iy} + F_{2y} + F_{3y} = (16+0+0) \text{ N} = 16 \text{ N}$

$$|\overline{R}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{8^2 + 16^2} = \sqrt{64 + 256} = \sqrt{320} = 17,9 \text{ N}$$

$$\text{tg } \theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{16}{8} = 2 \quad (\theta \text{ pada kuadran ke I})$$

$$x_c = \frac{\sum x_i \; F_{iy}}{\sum F_{iy}} = \frac{x_1 \, F_{1y} + x_2 \, F_{2y} + x_3 \, F_{3y}}{F_{1y} + F_{2y} + F_{3y}}$$

$$= \frac{4.\,16 + 0 + 0}{16} = 4$$

$$y_c = \frac{\sum y_i \, F_{ix}}{\sum F_{ix}} = \frac{y_1 \, F_{1x} + y_2 \, F_{2x} + y_3 \, F_{3x}}{F_{1x} + F_{2x} + F_{3x}}$$

$$= \frac{0 + (-3.\,14) + (2.-6)}{8}$$

$$= \frac{-42 - 12}{8} = \frac{-54}{8} = -6\,^3\!/_4$$

$$\bar{\tau}_1 = \bar{r}_1 \times \bar{F}_1 \rightarrow \bar{\tau}_1 = x_1F_{1y} - y_1F_{1x} = 4.16 - 0 = 64 \text{ Nm}$$

$$\bar{\tau}_2 = \bar{r}_2 \times \bar{F}_2 \rightarrow \bar{\tau}_2 = x_2F_{2y} - y_2F_{2x} = 0 - (-3.14)$$

$$= 42 \text{ Nm}$$

$$\tau_3 = \bar{r}_3 \times \bar{F}_3 \rightarrow \bar{\tau}_3 = x_3F_{3y} - y_3F_{3x} = 0 - (2.-6)$$

$$= 12 \text{ Nm}$$

$|\bar{\tau}| =$ (64 + 42 + 12) Nm = 118 Nm

$\bar{\tau}$ = x Ry – y Rx merupakan persamaan garis kerja dari

$\bar{R} \rightarrow 118 = 16\,x - 8\,y$

Persamaan ini harus memenuhi : $118 = 16\,x_c - 8\,y_c =$

$= 16.4 - (8.\,-63/4) = 64 + 54 \rightarrow$ cocok

c) $\sum F = m \, \bar{a}_{p.m} \rightarrow \bar{a}_{p.m} = \frac{\sum \bar{F}}{m} = \frac{\bar{R}}{m}, \; \bar{R} = 8\hat{x} + 16\,\hat{y}$

$$a_{p.m\,x} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}, \; a_{p.m\,y} = \frac{16}{16} = 1$$

$$|\bar{a}_{p.m}| = \sqrt{1/4 + 1} = \sqrt{1,25} = 1,1 \text{ m/det}^2 \text{ atau}$$

$$a_{p.m} = \frac{R}{m} = \frac{17}{16} = 1,1 \text{ m/det}^2$$

d) $$\bar{a}_{resultan} = \bar{a}_1 + \bar{a}_2 + \bar{a}_3 = \frac{\bar{F}_1}{m_1} + \frac{\bar{F}_2}{m_2} + \frac{\bar{F}_3}{m_3}$$

$$\bar{a}_x = \frac{\bar{F}_{1x}}{m_1} + \frac{\bar{F}_{2x}}{m_2} + \frac{\bar{F}_{3x}}{m_3} = 0 + \frac{14}{4} + \frac{-6}{4}$$

$$= \frac{14}{4} - \frac{6}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

$$a_y = \frac{\bar{F}_{1y}}{m_1} + \frac{\bar{F}_{2y}}{m_2} + \frac{\bar{F}_{3y}}{m_3} = \frac{16}{8} + 0 + 0 = 2$$

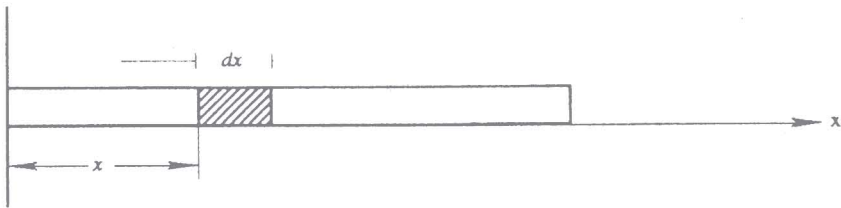
Jadi $a_{resultan} = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8}$

$$= 2\sqrt{2} \text{ m/det}^2$$

Jadi $a_{res} \neq a_{p.m}$

6-3 Tentukan letak pusat massa sebuah tongkat yang panjangnya ℓ dan massanya m.

Jawab:

Pilihlah sumbu x pada panjang tongkat dan titik (0,0) di ujung tongkat. Ambil dm yang panjangnya dx pada jarak x dari (0,0). Pusat massa berada pada $y_{p.m} = 0$, hanya akan dicari $x_{p.m}$

Gambar 6.6

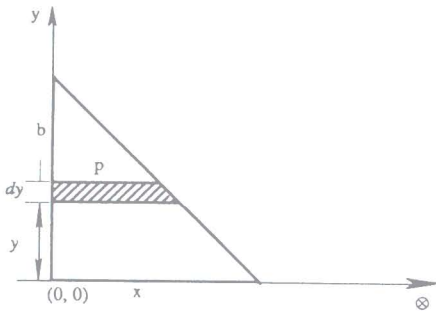
$$x_{p.m} = \frac{\int dm\, x}{\int dm} = \frac{1}{m}\int x\,\lambda dx, \quad dm = \lambda dx, \quad \lambda = \frac{m}{l}$$

$$x_{p.m} = \frac{\lambda}{m}\int_0^l x\, dx = \frac{\lambda}{m} . \tfrac{1}{2} x^2$$

$$= \frac{\lambda}{m} . \tfrac{1}{2} l^2 = \frac{\lambda}{m} . \tfrac{1}{2} l = \frac{m}{m} . \tfrac{1}{2} l = \tfrac{1}{2} l$$

Jadi Pusat massa berada ditengah tengah batang.

6-4 Tentukan letak pusat massa dari sebuah keping berbentuk segitiga siku-siku yang sisi siku-sikunya a dan b, massanya m.

Jawab :

Pilih sisi siku-siku sebagai sumbu x dan y. Untuk persoalan ini dipilih dm dua kali mula-mula pilih dm dengan lebar dy dan panjang p pada jarak y dari (0,0). dm ini akan berbentuk trapesium yang sangat kecil, karena dy kecil sekali maka trapesium ini dapat disamakan secara limit dengan bentuk segiempat panjang.

Gambar 6-7

Jadi luas dari bagian dm ini : dA = p dy, jika $\sigma = \frac{m}{a} \rightarrow dm = \sigma dA$

$$\text{jadi } y_{p.m} = \frac{\int y\, dm}{\int dm} = \frac{\int y \sigma p}{m} = \frac{\sigma}{m} \int_0^b p\ y\ dy$$

$$\frac{b-y}{y} = \frac{p}{a} \rightarrow p = \frac{a(b-y)}{b}$$

$$y_{p.m} = \frac{\sigma a}{m.\ b} \int_0^b (b-y)\ y\ dy = \frac{\sigma a}{m b} \left\{ \int_0^b b\ y\ dy - \int_0^b y^2\, dy \right\}$$

$$= \frac{\sigma a}{m b} \left(b. \tfrac{1}{2} y^2 - \tfrac{1}{3} y^3 \right) \Big]_0^b$$

$$= \frac{1}{6} \frac{\sigma a b^2}{\frac{\sigma a b}{2}} = \frac{1}{3} b$$

Kemudian dibuat lagi dm dengan lebar dx dan panjang q pada jarak x dari (0,0)

$$dA = q\ dx \qquad\qquad dm = \sigma\ q\ dx$$

$$x_{p.m} = \frac{\int x\, dm}{\int dm} = \frac{\sigma q x\, dx}{m}$$

$$\frac{q}{b} = \frac{a-x}{a} \rightarrow q = \frac{(a-x)\ b}{a}$$

Jadi $$x_{p.m} = \frac{\sigma b}{m a} \int_o^a (a - x)\, x \; dx$$

$$= \frac{\sigma b^o}{m a} \left\{ \int_o^a a\, x\, dx - \int_o^a x^2\, dx \right\}$$

$$= \frac{\sigma b}{m a} \left(a.\, \tfrac{1}{2} x^2 - \tfrac{1}{3}.\, x^3 \right) \Big]_o^a$$

$$= \frac{\sigma b}{m a} \left(\tfrac{1}{2} a^3 - \tfrac{1}{3}.\, a^3 \right)$$

$$= \frac{\sigma b a^3}{\sigma a \frac{ab}{2}} \frac{1}{6} = \frac{1}{3} a$$

Jadi koordinat dari pusat massa (1/3 a, 1/3 b)

6-5

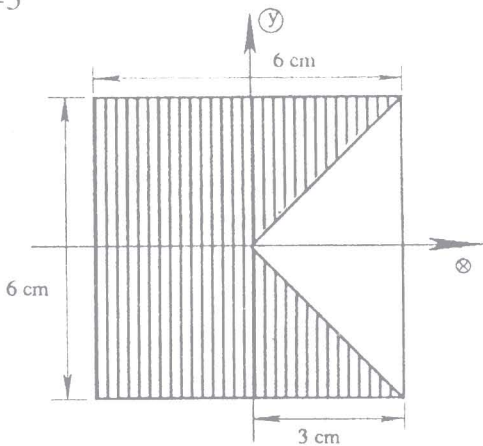
Gambar 6-8

Tentukan letak pusat massa dari sebuah keping yang bentuknya seperti bagian yang di arsir.

Jawab:

Bentuk ini adalah bentuk bujur sangkar yang dikurangi 1/4 bagian yang berbentuk segitiga sama kaki.

Gunakan rumus :

$$x_{p.m} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{m_1\, x_1 - m_2\, x_2}{m_1 - m_2}$$

sebab bangun keping dikurangi

m_1 = massa keping bujur sangkar

m_2 = massa dari segitiga sama kaki

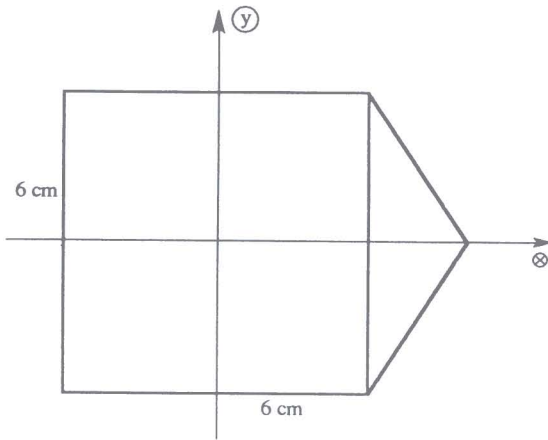
x_1 = letak pusat massa bujur sangkar

x_2 = letak pusat massa segitiga sama kaki

m_1 = m, m_2 = 1/4 m, x_1 = 0, x_2 = 2/3 – 1/2 6 = 2 cm

$$\text{Jadi } x_{p.m} = \frac{m.\, 0 - \tfrac{1}{4} m\ 2}{m - \tfrac{1}{2} m} = \frac{-\tfrac{1}{2} m}{\tfrac{3}{4} m} = -\tfrac{2}{3}\, \text{cm}$$

Berarti terletak disebelah kiri (0,0).

6-6 Tentukan letak pusat massa bentuk keping ini.

Gambar 6 – 9

Jawab :

$$x_{p.m} = \frac{\sum x_i m_i}{\sum m_i}$$

$$= \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

$$m_1 = m, x_1 = 0, 0$$

$$m_2 = \frac{1}{4} m, x_2 = 4 \text{ cm}$$

$$\text{Jadi } x_{p.m} = \frac{m.0 + \frac{1}{4} m.4}{m + \frac{1}{4} m}$$

$$= \frac{m}{\frac{5}{4} m} = \frac{4}{5} \text{ cm}$$

sebelah kanan (0,0)

6-7 Tentukan momen gaya F = 6 N yang bekerja pada sebuah benda. F membentuk sudut 30 ° dengan sumbu x dan r = 45 m dan membentuk sudut 50° dengan x positif. Tentukan juga persamaan garis kerja gaya.

Jawab :

$\tau = xF_y - y F_x$ dengan :

$x = r \cos 50 = 0{,}289$ m

$y = r \sin 50 = 0{,}345$ m

$F_x = F \cos 30 = 5{,}196$N

$F_y = F \sin 30 = 3$ N

Jadi $\tau = -0{,}925$ N m

Persamaan garis kerja F :

$-0{,}925 = 3x - 5{,}196\, y.$

6-8 Diketahui 3 buah gaya yang konkuren.

$\bar{F}_1 = 6\hat{x}$ N

$\bar{F}_2 = (6\hat{x} - 7\hat{y} + 14\hat{z})$ N

$\bar{F}_3 = (5\hat{x} - 3\hat{z})$ N

Titik tangkapnya A : r = 1.5 m pada garis bagi sudut x-o-y.

Hitung momen gaya resultan.

Jawab :

$\bar{\tau} = \bar{r} \times \bar{R}, \bar{R} = \sum \bar{F}_i$

$\bar{R} = (17\hat{x} - 7\hat{y} + 11\hat{z})$ N

$\bar{r} = (1{,}06\hat{x} + 1{,}06\hat{y})$ m

$\bar{\tau} = \bar{r} \times \bar{R} = (11{,}66\hat{x} - 11{,}66\hat{y} - 25{,}44\hat{z})$ N m

Cara lain ialah dengan menggunakan $\bar{\tau} = \sum \bar{\tau}_i$

$\bar{\tau}_1 = \bar{r} \times \bar{F}_1 = -6{,}36\hat{x}$ N m

$\bar{\tau}_2 = \bar{r} \times \bar{F}_2 = (14{,}84\hat{x} - 14{,}84\hat{y} - 13{,}78\hat{z})$ N m

$\bar{\tau}_3 = \bar{r} \times \bar{F}_3 = (-3{,}18\hat{x} + 3{,}18\hat{y} - 5{,}30\hat{z})$ N m

Dapat dibuktikan bahwa $\bar{\tau}.\bar{R} = 0$, jadi $\bar{\tau} \perp$ bidang melalui $\bar{r}$ dan $\bar{R}$.

6-9 Diketahui $\bar{F}_1 = (3\hat{x} + 4\hat{y} + 4\hat{z})$ N

$\bar{F}_2 = (-2\hat{x} + 5\hat{y} + \hat{z})$ N

Titik tangkap $\bar{F}_1$: A (0,4 m, 0,5 m, 0 m)

Titik tangkap $\bar{F}_2$: B (2 m, 4,1 m, 0 m)

Tentukan resultan gaya dan resultan momen (resultan = jumlah)

Jawab : $\bar{R} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 = (\hat{x} + 9\hat{y} + 5\hat{z})$ N

$\bar{r}_1 = 0{,}4\hat{x} + 0{,}5\hat{y}$

$\bar{r}_2 = 2\hat{x} - 4{,}1\hat{y}$

$\bar{\tau}_1 = \bar{r}_1 \times \bar{F}_1 = 2\hat{x} - 1{,}6\hat{y} + 0{,}1\hat{z}$ N m

$\bar{\tau}_2 = \bar{r}_2 + \bar{F}_2 = -4{,}1\hat{x} - 2{,}0\hat{y} + 1{,}8\hat{z}$ N m

Jadi $\bar{\tau} = \bar{\tau}_1 + \bar{\tau}_2 = -2{,}1\hat{x} - 3{,}6\hat{y} + 1{,}9\hat{z}$ N m

$\bar{\tau}.\bar{R} = (-2{,}1)(1) + (3{,}6)(9) + (1{,}8)(5) = -25{,}5 \text{ Nm} \neq 0$

berarti R tidak merupakan 1 gaya tunggal.

6-10 Tentukan resultan dari sistem gaya-gaya yang koplanar.

F_1 = 10 N arahnya // sumbu x (+) titik tangkap (5,3)

F_2 = 8 N arahnya 45° dengan sumbu x(-) titik tangkap (0,5)

F_3 = 7 N arahnya // sumbu y (-) titik tangkapnya (2,0)

satuan-satuan pada sumbu x dan y adalah 0,1 m

Jawab: $\bar{F}_1 = 10\hat{x}$ N

$\bar{F}_2 = F_2 \text{ Cos } 135\hat{x} + F_2 \text{ Sin } 135\hat{y} = (-5{,}66\hat{x} + 5{,}66\hat{y})$ N

$\bar{F}_3 = -7\hat{y}$ N

Jadi $\bar{R} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 = 4{,}34\hat{x} - 1{,}34\hat{y}$

$|\bar{R}| = 4{,}54$ N $\text{tg } \theta = \dfrac{-1{,}34}{4{,}34} = 287{,}1^\circ$ pada kuadran ke IV

Dengan menggunakan : $\tau = xF_y - yF_x$

$\tau_1 = (-0,3).10 = -3$ N m

$\tau_2 = (-0,5)(-5,66) = +2,83$ N m

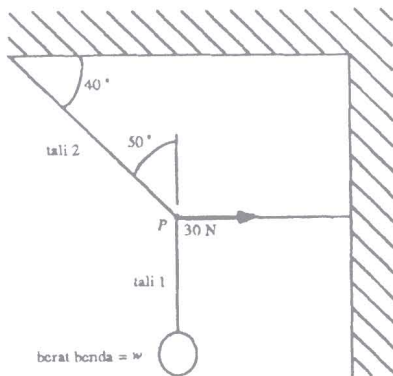
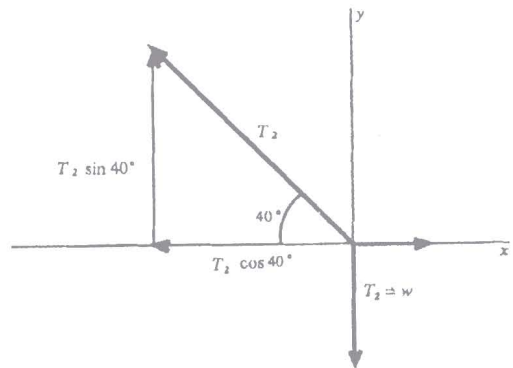
$\tau_3 = (0,2)(-7) = -1,4$ N m

Jadi $\tau = -1,57$ Nm adalah vektor sepanjang sumbu z negatif. Untuk menentukan garis kerja R :

$$xRy - yRx = -1,57 \rightarrow x(-1,34) - y(4,34) = 1,57$$

atau

$$1,34\,x + 4,34\,y = 1,57.$$

6-11 Seperti tampak pada gambar 6 – 10 (a) tegangan dalam tali datar adalah 30 N. Carilah berat benda.

(a) (b)

Gambar 6-10

Seperti telah disinggung dalam soal 2-1, tegangan dalam tali 1 adalah sama dengan berat benda yang menggantung pada tali itu. Maka $T_1 = w$, dan ini sedang dicari.

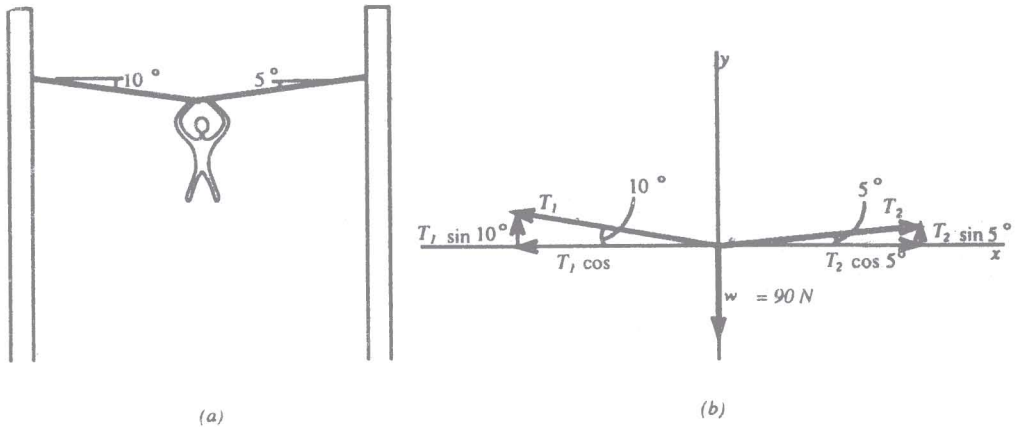
Perhatikan bahwa gaya T_1 yang tidak diketahui maupun gaya 30 N yang diketahui kedua-duanya bekerja pada titik P tali. Karena itu titik P kita 'bebaskan', dan gaya-gaya yang bekerja padanya tampak pada Gambar 2-2(b), beserta komponen-komponennya. Syarat pertama keseimbangan menghasilkan persamaan :

$\sum F_x = 0$ atau $30\text{ N} - T_2 \cos 40° = 0$

$\sum F_y = 0$ atau $T_2 \sin 40° - w = 0$

Dari persamaan pertama diperoleh $T_2 = 39,2$ N.; masukkan nilai ini dalam persamaan kedua. Hasilnya :

$w = 25,2$ N, yakni berat benda.

6-12 Tali direntangkan antara dua tiang. Seorang anak (90 N) menggantung pada tali itu. Lihat Gambar 6-11a. Tentukan tegangan dalam kedua belah tali.

Gambar 6-11

Bagian tali yang dipegang anak adalah benda yang kita bebaskan. Gaya-gaya yang bekerja pada benda ditunjukkan pada gambar 6-11 b

Setelah gaya-gaya ini diuraikan dalam komponennya, syarat keseimbangan pertama menghasilkan persamaan :

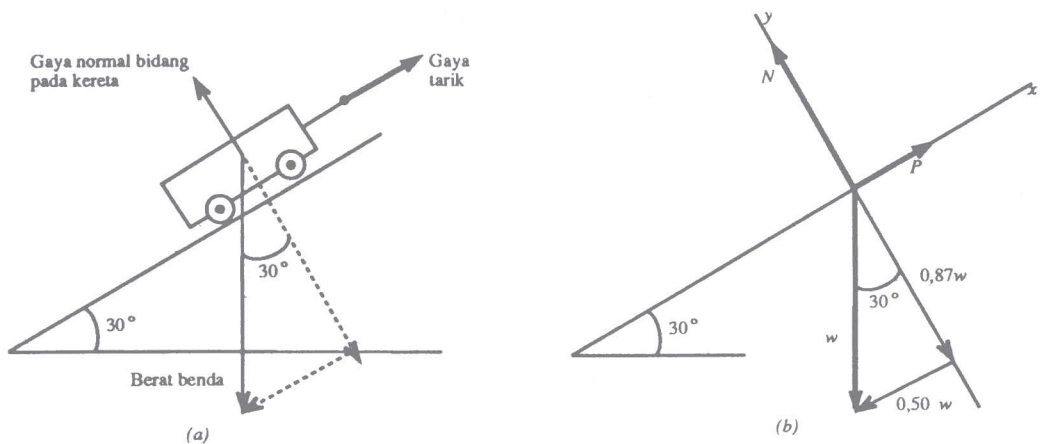
$\Sigma F_x = 0$ atau $T_2 \cos 5° - T_1 \cos 10° = 0$

$\Sigma F_y = 0$ atau $T_2 \sin 5° + T_1 \sin 10° - 90 \text{ n} = 0$

Setelah sin dan cos dihitung diperoleh :

$0{,}996T_2 - 0{,}985T_1 = 0$ dan $0{,}087T_2 + 0{,}174T_1 - 90 = 0$

Dari persamaan pertama diperoleh $T_2 = 0{,}990\ T_1$. Dengan memasukan hasil ini dalam persamaan ke dua didapatkan : $0{,}086\ T + 0{,}174T_1 - 90 = 0$, hingga $T_1 = 346$ N. Dan karena $T_2 = 0{,}990\ T_1$, diperoleh $T_2 = 343$ N.

6-13 Kereta (200N) harus ditarik naik bidang miring (sudut miring 30 °) dengan laju yang tetap. Berapakah bear paralel bidang miring diperlukan ? Gesekan boleh diabaikan

Gambar 6-12

Perhatikan Gambar 6-12a. Karena kereta bergerak dengan laju yang tetap, vektor kecepatannya konstan. Karena itu kereta berada dalam keadaan seimbang translasi, hingga syarat pertama keadaan keseimbangan berlaku untuknya.

Kereta dibebaskan. Ketiga gaya yang bekerja padanya adalah :

(1) gaya tarik gravitasi w (berat kereta) dengan arah tegak lurus ke bawah;

(2) gaya P pada kereta yang sejajar bidang miring;

(3) gaya tolak Y bidang miring pada kereta.

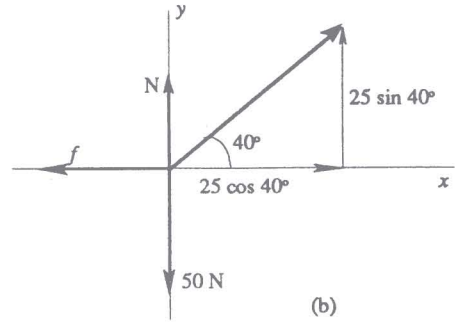
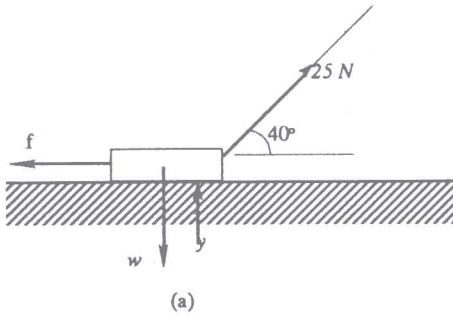
Gaya-gaya ini ditunjukkan pada gambar 6-12 b.

Dalam soal tentang bidang miring adalah menguntungkan apabila sumbu diambil sejajar bidang yang miring itu, dan sumbu Y tegak lurus padanya. Setelah gaya-gaya diuraikan, syarat pertama keseimbangan menghasilkan :

$$\sum F_x = 0 \quad \text{atau} \quad P - 0{,}50\ w = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad \text{atau} \quad Y - 0{,}87\ w = 0$$

Dari persamaan pertama diperoleh P = 0,50 w dan dengan mengingat bahwa w -200 N didapatkan P = 100 N. Gaya tarik yang diperlukan itu adalah 100 N.

6-14 Kotak 50 N oleh gaya 25 N dapat digeser di atas lantai kasar dengan laju yang tetap (lihat Gambar 6-13a). Tentukan gesekan yang menghambat gerak ini. Tentukan pula gaya normal.

Gambar 6-13

Perhatikan Gambar 6-13 a di mana tergambar semua gaya yang bekerja pada kotak. f adalah gaya gesek, dan gaya normal, yakni gaya oleh lantai pada kotak, adalah y. Gambar 6 – 13 b menunjukkan kotak dibebaskan & semua komponen gaya. Karena kotak menggeser dengan laju konstan, benda itu berada dalam keadaan seimbang. Syarat pertama keadaan seimbang adalah :

$$\sum Fx = 0 \quad \text{atau} \quad 25 \cos 40° - 50 = 0$$

Maka $Y = 34$ N

6-15 Dapatkah tegangan dalam semua tali pada gambar 6-14a. Jika benda yang digantungkan beratnya 600 N.

Jawab :

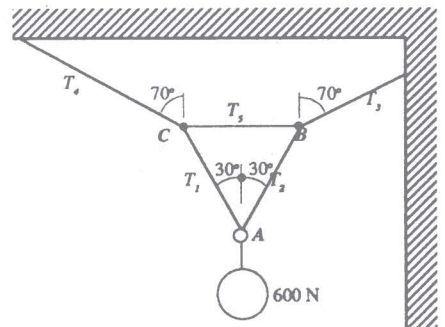
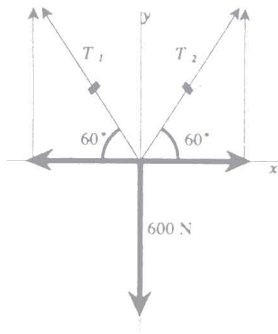
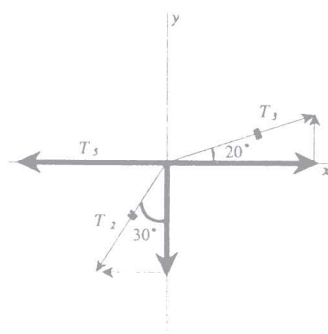
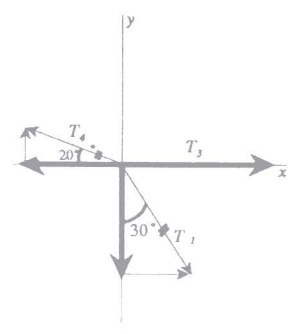
Misalkan kita pilih bagian tali di A sebagai benda yang akan kita bebaskan. Pilihan ini kita buat dengan alasan karena mengetahui salah satu gaya yang bekerja padanya. Gaya berat bekerja dalam arah tegak lurus pada titik A, hingga diagram gayanya adalah yang ditunjukkan oleh Gambar 6-14 (b). Syarat pertama keseimbangan untuk diagram gaya ini menghasilkan :

Gambar 6 – 14 a

$$\sum Fx = 0 \quad \text{atau} \quad T_2 \cos 60° - T_1 \cos 60° = 0$$

$$\sum Fy = 0 \quad \text{atau} \quad T_1 \sin 60° + T_2 \sin 60° - 600 = 0$$

Persamaan pertama menghasilkan $T_1 = T_2$; dengan mensubtitusikan hasil ini ke dalam persamaan kedua, diperoleh $T_1 = 346$ N yang tak lain adalah T_2 pula.

Selanjutnya, marilah kita perhatikan titik B. Dengan bebas titik ini tampak pada gambar 6 – 14 c. Telah ditemukan bahwa $T_2 = 346$ N hinggga syarat kesimbangan menghasikan persamaan :

$\Sigma F_x = 0$ atau $T_3 \cos 20^\circ - T_5 - 346 \sin 30^\circ = 0$
$\Sigma F_y = 0$ atau $T_3 \sin 20^\circ - 346 \cos 30^\circ = 0$
Persamaan terakhir ini memberi hasil $T_3 = 877$ N, dan bila hasil ini dimasukkan ke dalam persamaan sebelumnya diperoleh $T_5 = 651$ N.

Gambar 6-14

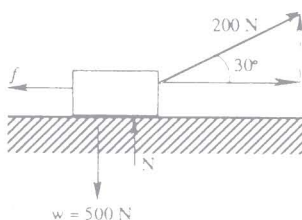
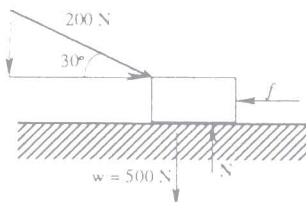
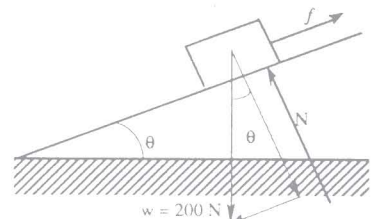
Akhirnya kita perhatikan titik C dan diagram gayanya : Gambar 6 – 14(d). Dengan mengingat bahwa $T_1 = 346$ N kita peroleh :

$\Sigma F_x = 0$ atau $T_5 + 346 \sin 30^\circ - T_4 \cos 20^\circ = 0$
$\Sigma F_y = 0$ atau $T_4 \sin 20^\circ - 346 \cos 30^\circ = 0$

Persamaan terakhir ini menghasilkan $T_4 = 877$ N.

Catatan :

dengan memperhatikan Gambar 6-14a dimana nyata bahwa persoalan ini memiliki simetri tertentu, kita sudah dapat menerka bahwa $T_4 = T_3$.

6-16 Benda-benda dalam gambar 6-15 diketahui dalam keadaan seimbang. Dapatkan gaya normal.

Gambar 6-15

Pakailah syarat $\sum F_4 = 0$

a) $N + 200 \sin 30^\circ - 500 = 0$ maka $N = 400N$

b) $N - 200 \sin 30^\circ - 150 = 0$ maka $N = 260\ N$

c) $N - 200 \cos \theta = 0$ maka $N = (200 \cos \theta)N$

6-17 Perhatikan sekali lagi soal 6-16. Kalau diketahui bahwa benda-benda tersebut bergerak dengan laju tetap, tentukanlah koefisien gesekan kinetik permukaan.

Jawab :

Kita telah menemukan untuk mendapatkan gaya gesek f, kita pakai syarat $Fx = 0$

6-18 Misalkan benda pada gambar 6-15c dalam keadaan diam. Sudut bidang miring dengan perlahan-lahan diperbesar. Pada $\theta = 42^\circ$, benda mulai bergeser. Berapakah koefisien gesekan statik antara benda dan permukaan miring itu ? (kotak dan permukaan dalam soal 6-16 dan 6-17).

Jawab :

Apabila benda rapat akan bergerak, gaya gesek mencapai nilai maksimumnya. Maka $\mu_s = f/N$ pada saat itu. Dengan mengulang cara-cara pada soal 6-16 dan 6-17 diperoleh $N = w \cos \theta$ dan $f = w \sin \theta$.

Maka pada saat pergeseran tepat akan terjadi :

$$\mu_s = \frac{f}{N} = \frac{w \sin \theta}{w \cos \theta} = \tan \theta$$

Tetapi secara eksperimen, telah ditemukan adalah 43°, maka $\mu_s = \text{tg } 42^\circ = 0{,}90$

6-19 Papan homogen (berat 200 N, panjang ℓ) digantungi dua buah beban, 300 N pada jarak L/3 dari ujung yang satu, dan beban 400 N pada jarak 3L/4 dari ujung yang sama. Tentukan gaya yang perlu diadakan pada papan agar papan berada dalam keadaan setimbang (Gambar 6-16)

Jawab :

Dalam Gambar 6-16 terlihat bahwa gaya P adalah gaya yang dicari. Agar setimbang, $\sum Fy = 0$, maka :

$$P = 400\ N + 200\ N + 300\ N = 900\ N$$

Syarat kesetimbangan kedua, $\sum M_A = 0$, menghasilkan :

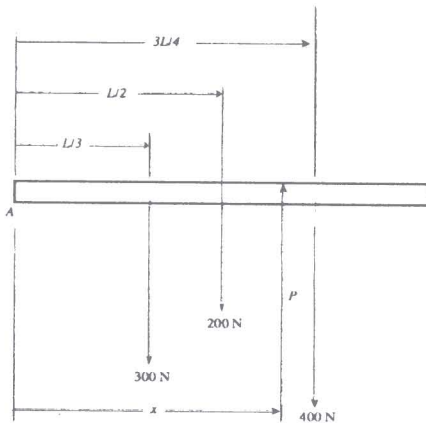
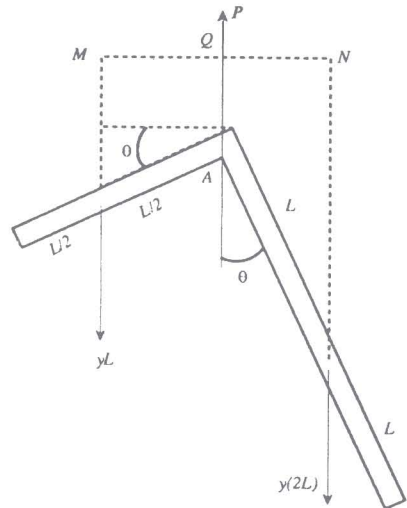
$$(\rho)(x) - (400N)(3L/4) - (200N)(L/2) - (300N)(L/3) = 900N$$

Dengan P = 900 N, diperoleh x = 0,56 L. Gaya yang diperlukan adalah sebesar 900 N, berarah ke atas bertitik tangkap pada jarak 0,56 L dari ujung batang.

6-20 Mistar siku-siku terbuat dari bahan homogen, digantung seperti terlihat pada Gambar 6-17. Lengan yang satu L cm dan yang lain 2 L cm. Tentukan sudut θ.

Jawab :

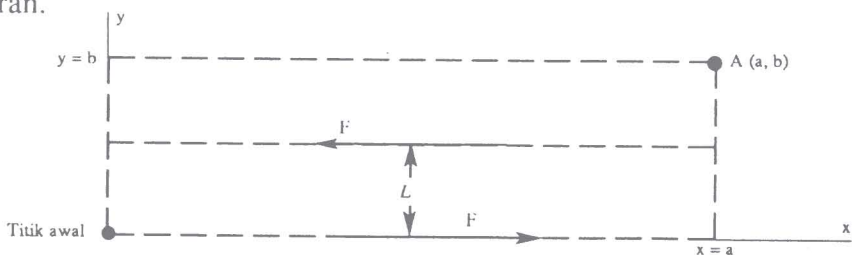
Anggap mistar tak terlalu lebar, sehingga dapat dianggap sebagai batang homogen sepanjang L dan 2 L, menyambung di titik A. Misal berat setiap cm adalah γ.

Maka Gaya-gaya yang bekerja pada mistar ditunjukkan pada gambar 6-17. P adalah gaya paku penggantung pada mistar.

Gambar 6-16 Gambar 6-17

Dengan menghitung torsi terhadap titik A, diperoleh persamaan torsi :

$$(\gamma L)(\overline{MQ}) - (2\gamma L)(\overline{QN}) = 0$$

Tetapi $\overline{MQ} = 1/2\ L \cos\theta$ dan $\overline{QN} = L \sin\gamma$. Setelah diisikan dan dihitung diperoleh $1/2 \cos\theta = 2 \sin\theta$ maka $\tan\theta = 0{,}25$ dan $\theta = 14^{\circ}$

6-21 Sebuah kopel terdiri atas dua buah gaya yang sama besar, berlawanan arah dengan garis kerja yang sejajar. Kopel hanya menghasilkan perputaran. Buktikan bahwa torsi (atau momen) sesuatu kopel tidak bergantung pada letak poros perputaran.

Gambar 6-18

Seperti ditunjukkan pada Gambar 6-18, poros perputaran diambil di titik sebarang, misalnya titik A dengan koordinat x = a, y = b, maka momen kopel terhadap titik A adalah :

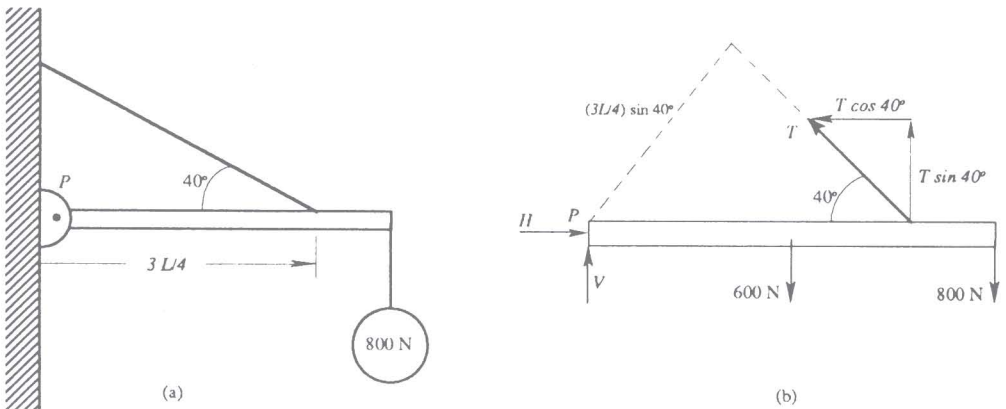
$$\text{momen kopel} = \text{torsi} = (F)(b) - (F)(b - L) = FL$$

Hasil ini tidak mengandung a maupun b, maka momen kopel tidak bergantung pada di mana poros perputaran kita letakkan.

6-22 Perhatikan Gambar 6-19a. Batang homogen 600 N mempunyai engsel di P. Tentukan tegangan dalam tali, dan komponen-komponen gaya oleh engsel pada batang.

Jawab :

Gambar 6-19b menunjukkan gaya-gaya yang bekerja pada batang. Gaya oleh engsel pada batang dinyatakan melalui kedua komponennya H dan V. Mengenai tegangan dalam tali, kita dapat menguraikannya dalam komponen-komponennya, atau dapat melakukan perhitungan langsung dengan T. Kalau jalan kedua ini yang dipakai, maka persamaan torsi dengan titik P sebagai poros adalah :

$$(T)\ 3L/4\ \sin 40^\circ - (800\ \text{N})(L) - (600\ \text{N})(L/2) = 0$$

Gambar 6-19

Dengan mengambil titik P sebagai poros maka H dan V tidak muncul dalam persamaan torsi. Kita dapat juga bekerja dengan komponen-komponen T. Perhatikan bahwa komponen T cos 40° bekerja melalui titik engsel, maka lengannya terhadap titik P adalah nol, hingga persamaan torsi (terhadap titik P) adalah :

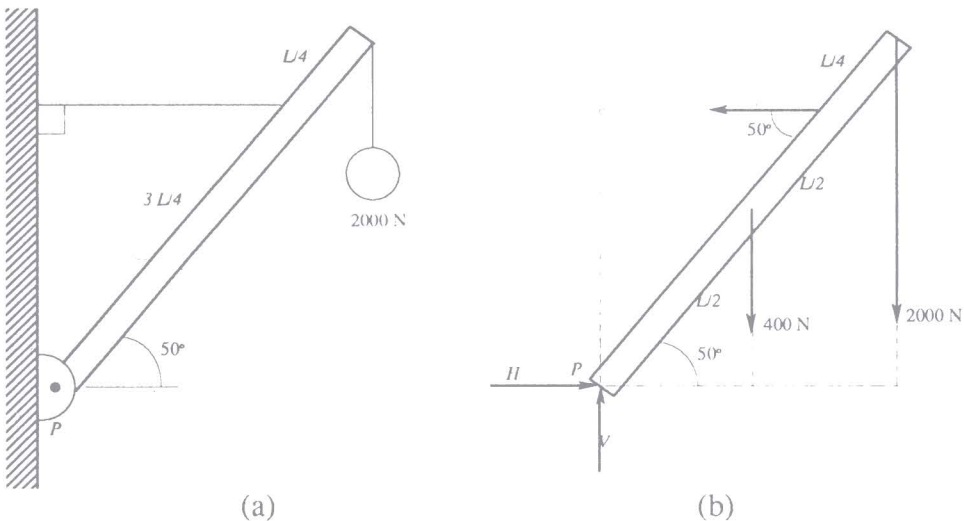
$$(T\ \sin 40^\circ)(3L/4) - (800\ \text{N})(L) - (600\ \text{N})(L/2) = 0$$

Nyata kedua persamaan di atas adalah identik, dan menghasilkan T = 2280 N.
Untuk mendapatkan H dan V kita tulis :

$$\sum Fx = 0 \quad \text{atau} \quad -T\cos 40^\circ + H = 0$$

$$\sum Fy = 0 \quad \text{atau} \quad T\sin 40^\circ + V - 600 - 800 = 0$$

Dengan memakai nilai T yang sudah ditemukan, kedua persamaan ini menghasilkan H = 750 N dan V = 66 N.

6-23 Batang homogen 400 N berengsel di P dan diikat pada tali. Lihat Gambar 6 – 20 (a). Tentukan tegangan dalam tali, dan gaya oleh engsel pada batang.

Gambar 6-20

Gaya-gaya pada batang ditunjukkan dalam Gambar 6-20(b). Poros perputaran dipilih di titik P, maka diperoleh persamaan torsi sebagai berikut :

$$(T)(3L/4 \sin 50^\circ) - (400\text{ N})(L/2 \cos 50^\circ) - (2000\text{ N})(L \cos 50^\circ) = 0$$

Maka T = 2460 N. Dari $\sum Fx = 0$ atau $H - T = 0$
diperoleh bahwa H = 2460 N. Sedangkan ari

$$\sum Fy = 0 \quad \text{atau} \quad V - 2000\text{ N} - 400\text{ N} = 0$$

kita dapatkan V = 2400 N. Inilah kedua komponen gaya oleh engsel pada batang, maka besar gaya ini adalah :

$$\sqrt{(2400)^2 + (2600)^2} = 3440\text{ N}$$

dan arahnya terhadap arah horizontal adalah :

$$\tan\theta = 2400/2460, \quad \text{atau} \quad \theta = 44^\circ$$

6-24 Gambar 6-21 menunjukkan sebuah pintu dengan engsel pada titik A dan B. Pintu adalah homogen dengan berat 400 N. Dimisalkan bahwa seluruh berat pintu dibebankan pada engsel A. Kalau h adalah jarak antara kedua engsel, dan h/2 adalah lebar pintu, tentukan gaya-gaya oleh kedua engsel, pada pintu.

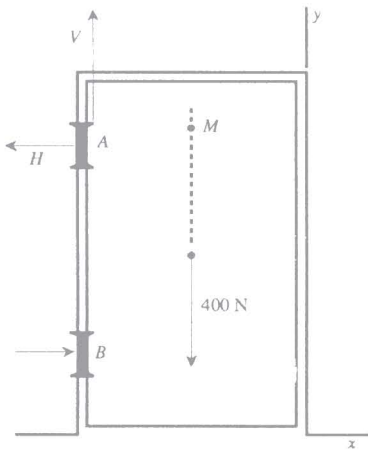
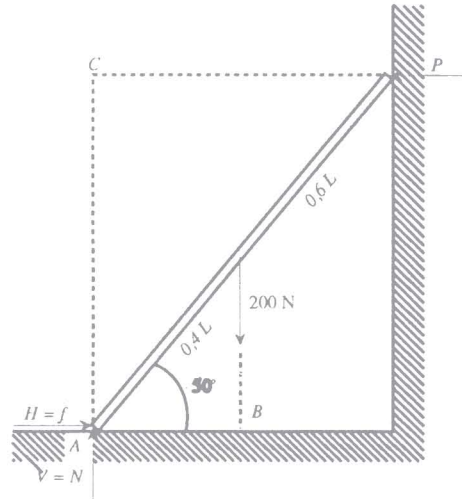
Jawab :

Gaya yang bekerja pada pintu ditunjukkan oleh gambar 6–21. Pada engsel B hanya terdapat gaya horisontal disebabkan karena telah dimisalkan bahwa seluruh berat pintu akan "ditanggung" engsel A. Dengan mengambil poros perputaran melalui titik A, kita peroleh

$\sum r = 0$ atau (F_2) (h – (400 N) (h/4) = 0, maka $F_2 = 100$ N

Dari $\sum Fy = 0$ atau $F_2 - H = 0$, diperoleh $H = F_2 = 100$ N dan

Dari $\sum Fy = 0$ atau $V - 400 \text{ N} = 0$ didapatkan $V = 400$ N.

Resultan gaya di titik A : $R = \sqrt{(400)^2 + (100)^2} = 412$ N, dan sudut yang dibentuk R dengan sumbu x negatif adalah $\tan \theta = V/H$ maka sudut itu adalah $\theta = \arctan 4 = 76^o$.

Gambar 6-21 Gambar 6-22

6-25 Tangga bersandar pada dinding vertikal yang licin (dinding licin hanya melakukan gaya normal pada tangga, tidak ada gaya gesek). Berat tangga adalah 200 N dan titik pusat beratnya adalah 0,4 L dihitung dari ujung bawahnya. L adalah panjang tangga.

(a) Tentukan besar gaya gesek pada ujung bawah agar tangga tidak tergeser.

(b) Tentukan pula koefisien gesek statik pada keadaan itu.

Jawab :

(a) Kita sedang mencari gaya gesek H. Perhatikan bahwa ujung atas tangga

tidak mengalami gesekan. Dengan mengambil poros perputaran di titik A, maka persamaan torsi menghasilkan :

$$-(200\text{ N})(\overline{AB}) + (P)(\overline{AC}) = 0$$

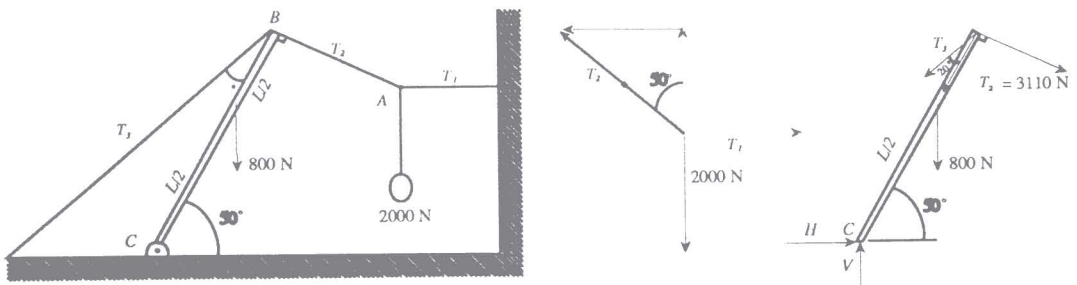
atau

$$-(200\text{N})(0{,}4L\cos 50^\circ) + (P)(L\cos 40^\circ) = 0$$

hingga P = 67 N.

Dari $\sum Fx = 0$ atau H-P = θ diperoleh H = 67 N, dan dari $\sum Fy = 0$ atau V - 200 = 0 didapatkan V = 200 N.

(b) $$\mu_s = \frac{f}{N} = \frac{H}{V} = \frac{67}{200} = 0,34$$

6-26 Perhatikan Gambar 6-23a, dan tentukan T_1,T_2,T_3 kalau diketahui batang BC adalah homogen seberat 800 N.

Gambar 6-23

Jawab :

Titik A kita bebaskan; lihat Gambar 6-23b. Dari sini diperoleh persamaan T_2 cos 50° - 200 N = 0 dan T_1 - T_2 sin 50 ° = 0, maka T_2 = 3110 N dan T_1 = 2380 N.

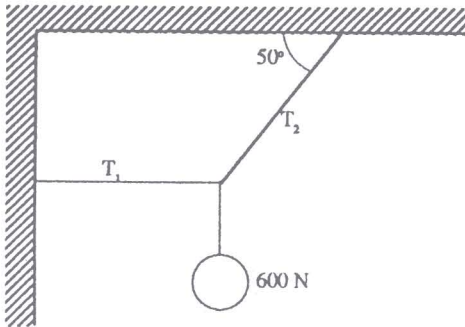
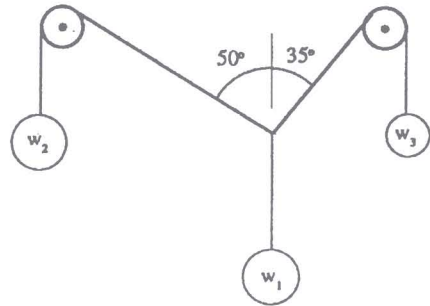
Kemudian batang BC dibebaskan : lihat Gambar 6-23c. Vektor T_3 diuraikan dalam komponen seperti tampak pada gambar. Dengan mengambil poros perputaran di titik C, komponen T_3 cos 20° tidak memiliki momen. Hingga :

$$(T_3\sin 20^\circ)(L) - (3110\text{ N})(L) - (800\text{ N})(L/2\cos 50^\circ) = 0$$

Maka T_3 = 9840 N. Seandainya ditanya, komponen H dan V dapat diperoleh dari persamaan $\sum Fx = 0$ dan $\sum Fy = 0$.

SOAL LATIHAN

6-27 Perhatikan Gambar 6-24. Diketahui berat beban adalah 600 N, tentukan T_1 dan T_2.

Jawab :503 N, 783 N.

Gambar 6-24

Gambar 6-25

6-28 Cincin ditarik oleh empat buah gaya sebidang : 200 N pada 30°, 500 N pada 80°, 300 N pada 240° dan gaya F. Tentukan besar dan arah gaya F jika diketahui cincin berada dalam keadaan seimbang.

Jawab : 350 N pada 252°.

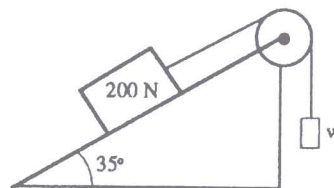
6-29 Katrol-katrol dalam Gambar 6-25 tidak mempunyai gesekan dan sistem diketahui dalam keadaan seimbang. Jika beban w_3 adalah 200 N, berapakah w_1 dan w_2 ?

Jawab : 260 N; 150 N.

6-30 Misalkan beban w_1 = 500 N (lihat gambar 6-25). Tentukan w_2 dan w_3 jika sistem diketahui dalam posisi seperti tampak pada gambar tersebut, diketahui berada dalam keadaan seimbang.

Jawab : 288 N ; 384 N

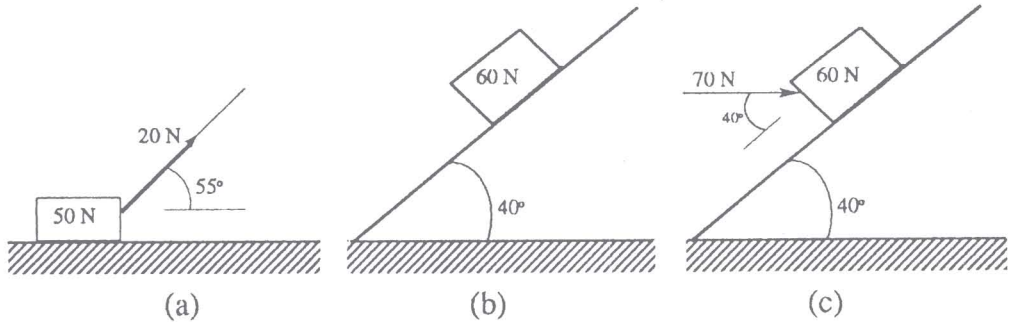
6-31 Dalam gambar 6-26 diketahui bahwa antara bidang miring dan benda tidak ada gesekan. Berapakah w agar benda 200 N itu dalam keadaan seimbang ?

Jawab : 115 N

Gambar 6-26

6-32 Dengan w = 220 N. Sistem pada Gambar 6-26 diketahui tetap berada dalam keadaan seimbang. Tentukan besar dan arah gaya gesek yang dialami benda 200 N itu.

Jawab : 105 N, arah ke bawah menurut bidang miring.

6-33 Benda-benda pada gambar 6-27 masing-masing berada dalam keadaan keseimbangan. Tentukan gaya normal pada masing-masing benda.

Jawab : (a) 34 N (b) 46 N (c) 91 N

Gambar 6-27

6-34 Benda pada gambar 6-27 a diketahui bergerak menggeser dengan laju tetap di bawah pengaruh gaya 20 N.

(a) Berapakah gaya gesek yang dialami benda?

(b) Berapakah koefisien gesek kinetik antara benda dan lantai ?

Jawab : (a) 11,5 N (b) 0,34

6-35 Benda pada gambar 6-27b diketahui menggeser ke bawah dengan laju tetap.

(a) Berapakah gaya gesek yang menghambat gerak benda?

(b) Berapakah harga koefisien gesek kinetik antara benda dan bidang miring ?

Jawab : (a) 38,6 N ; (b) 0,84

6-36 Benda pada gambar 6-27c diketahui menggeser ke atas apabila gaya dorong diperbesar hingga 70 N.

(a) Berapakah gaya gesek kritis pada benda?

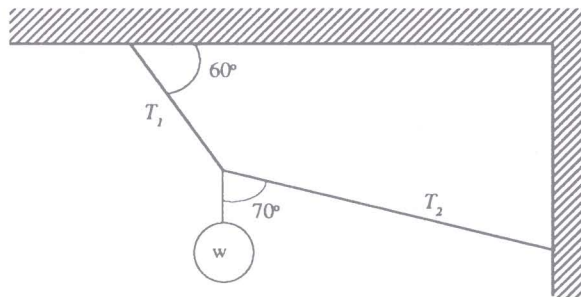
(b) Berapakah harga koefisien gesek statik di sini ?

Jawab: (a) 15 N ; (b) 0,165

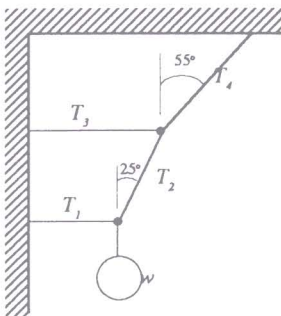
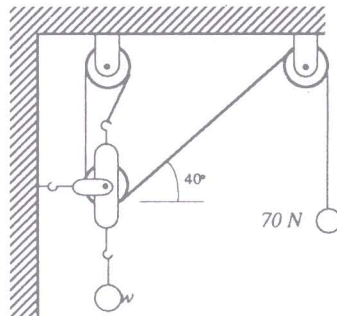
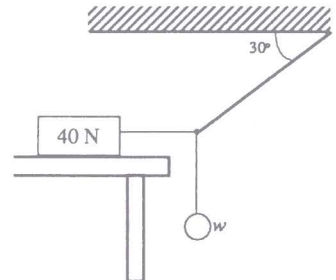
6-37 Benda dengan berat w = 40 N berada dalam keadaan seimbang. Lihat Gambar 6-28. Tentukan T_1 dan T_2.

Jawab : 58 N, 31 N

6-38 Perhatikan keadaan seimbang yang tergambar pada gambar 6 – 28. Masing-masing tali cukup kuat menahan tegangan 80 N. Berapakah nilai maksimum w yang dapat digantungkan ?

Jawab : 55 N

Gambar 6-28

6-39 Berat beban w pada gambar 6-29 adalah 80 N dan beban dalam keadaan seimbang. Tentukan T_1,T_2,T_3 dan T_4.

Jawab : 37 N ; 88 N ; 77 N ; 139 N.

Gambar 6-29 Gambar 6-30 Gambar 6-31

6-40 Katrol-katrol yang terdapat pada Gambar 6-30 berat maupun gesekannya diabaikan. Berapakah w kalau diketahui bahwa sistem berada dalam keadaan seimbang dengan beban 70 N ?

Jawab : 185 N

6-41 Sistem pada Gambar 6-31. Berimbang

(a) Berapakah nilai maksimum w, kalau diketahui bahwa gaya gesek pada balok 40N tidak dapat melebihi 12,0 N ?

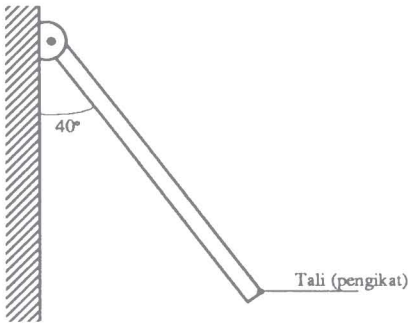
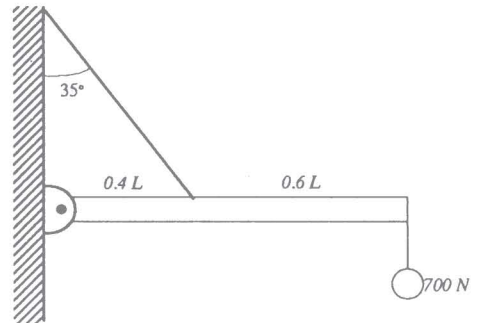
(b) Hitung juga koefisien gesek statik antara balok dan meja.

Jawab : (a) 6,9 N (b) 0,30

6-42 Sistem pada gambar 6-31 diketahui pada saat akan menggeser. Kalau w = 8,0 N berapakah koefisien gesek statik balok dan permukaan meja?

Jawab : 0,346

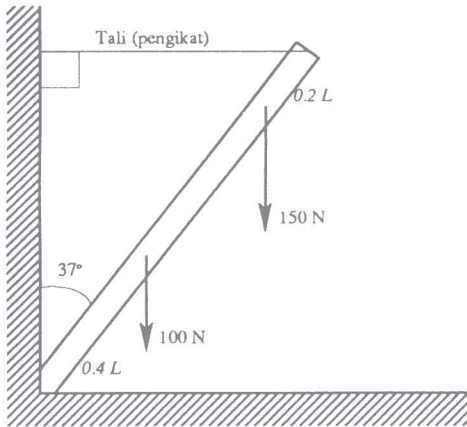
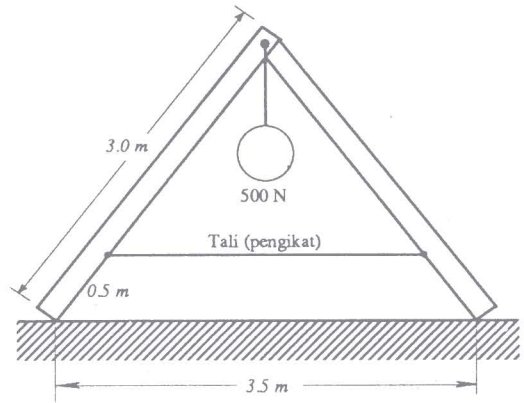
6-43 Batang homogen 1600 N berengsel di satu ujung sedangkan ujungnya yang lain terangkat oleh tali: lihat Gambar 6-32. Tentukan tegangan dalam tali dan komponen-komponen gaya pada engsel.

Jawab : T = 670 N ; H = 670 N , V = 1600 N.

Gambar 6-32 Gambar 6-33

6-44 Batang homogen seberat 500 N berkat pada tali dengan ujung yang satu berengsel sedangkan pada ujung yang lain digantungkan beban 700 N (lihat gambar 6-33). Dapatkan tegangan dalam tali dan gaya oleh engsel pada batang.

Jawab : 2900 N, 2040 N pada 35° di bawah arah datar.

6-45 Ujung bawah tangga bersandar pada dinding dan ujung atasnya terikat pada tali. Lihat Gambar 6-34. Berat tangga 100 N dan titik pusat beratnya terdapat pada titik sejauh 0,4 panjang tangga dihitung dari ujung bawahnya. Seorang anak, berat 150 N, menggantung pada anak tangga sejauh 0,2 panjang tangga dihitung dan ujung atas tangga. Tentukan tegangan dalam tali dan komponen gaya yang diderita ujung bawah tangga.

Jawab : T = 120 N; H = 120 N; V= 250 N.

Gambar 6-34 Gambar 6-35

6-46 Dua batang homogen, masing-masing seberat 150 N dihubungkan dengan engsel di salah satu ujung yang lain kedua batang berhubungan dengan tali. Alat berdiri di atas lantai tanpa gesekan. Berapakah tegangan dalam tali kalau beban 500 N digantungkan dari titik puncak ?

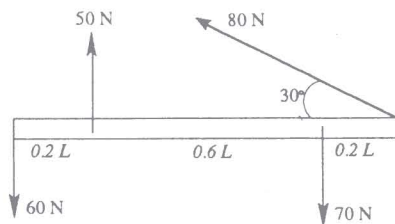
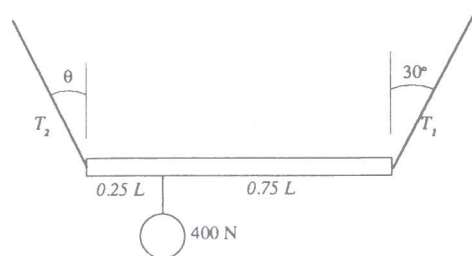
Jawab : 280 N.

6-47 Jarak antara kedua engsel pintu homogen seberat 200 N adalah 2,50 m. Engsel atas berada jarak d dari tepi atas pintu, dan engsel bawah berada pada jarak d pula dari tepi bawah. Lebar pintu 1,00 m. Kalau diketahui bahwa seluruh berat pintu ditanggung engsel bawah, tentukanlah gaya-gaya oleh kedua engsel pada pintu.

Jawab : Gaya di engsel atas adalah 40 N arah datar.

Gaya di engsel bawah adalah 204 N, arah 79° di atas garis datar.

6-48 Batang homogen pada Gambar 6-36 beratnya 40 N. Beberapa gaya bekerja padanya seperti terdapat pada gambar. Tentukan besar, arah dan titik tangkap gaya yang menyebabkan batang itu berada dalam keadaan seimbang.

Jawab : 106 N; 0, 675 L dari ujung kanan; pada sudut 49°

Gambar 6-36 Gambar 6-37

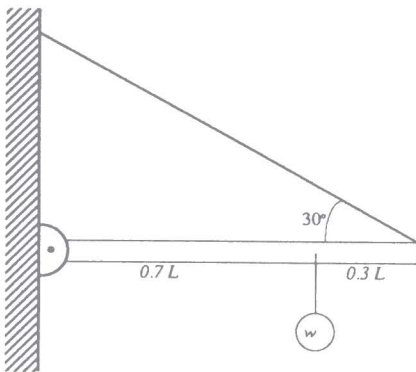
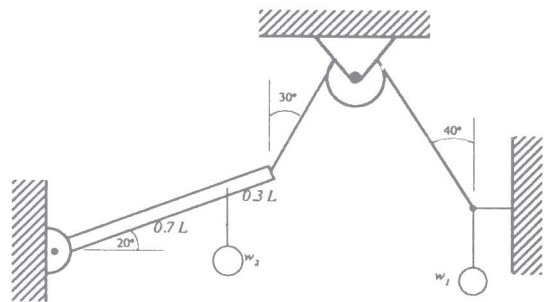
6-49 Papan seberat 120 N yang homogen tergantung pada dua utas tali, lihat gambar 6-37. Beban 400 N digantung pada titik 1/4 L dari ujung kiri. Carilah T_1 dan T_2 dan sudut θ pada tali kiri.

Jawab: 185 N; 372 N; 14,4°.

6-50 Papan Gambar 6-38 berat batang homogen itu adalah 500 N. Kalau tegangan yang dapat ditanggung tali adalah 1800 N, berapakah nilai maksimum beban w ?

Jawab : 930 N.

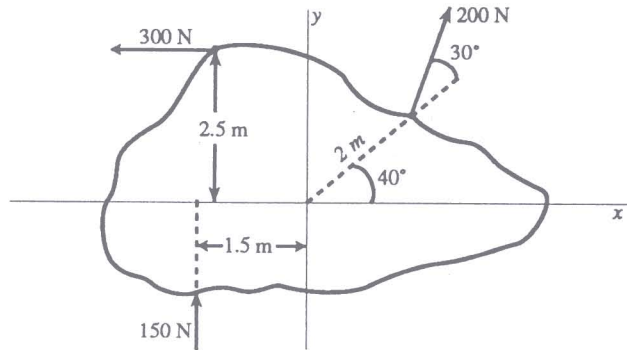
6-51 Pada gambar 6-39 berat batang diabaikan. Dengan w_1 = 500 N sistem diketahui seimbang. Berapakah w_2 ?

Jawab : 638 N

Gambar 6 – 38

Gambar 6 – 39

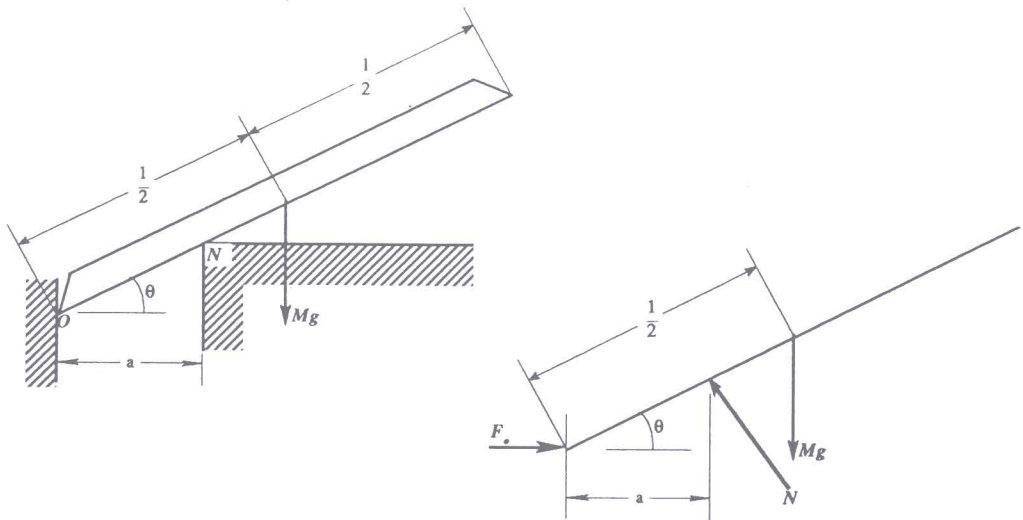
6-52 Seperti soal 6-51, tetapi carilah w_1 jika w_2 = 500 N, dan batang homogen mempunyai berat 300 N.

Jawab : 560 N

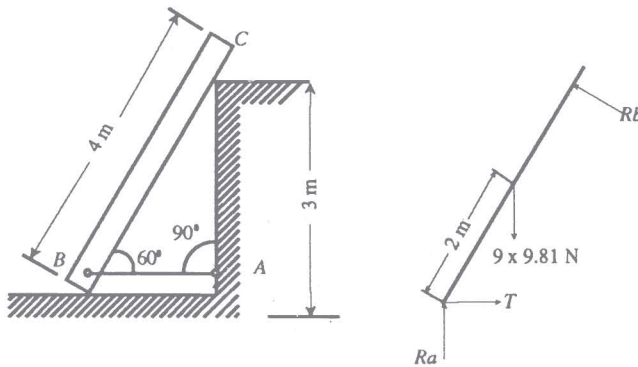
6-53 Pada benda bekerja gaya-gaya seperti tampak pada gambar 6-40. Tentukan gaya yang dapat mengimbangi gaya-gaya ini (tentukan dahulu komponennya, kemudian gayanya sendiri). Gaya pengimbang ini memotong sumbu x; di manakah ?

Jawab : Fx = 232 N; Fy = - 338; F = 410 N pada -55,5°; x=2,14 m

Gambar 6-40

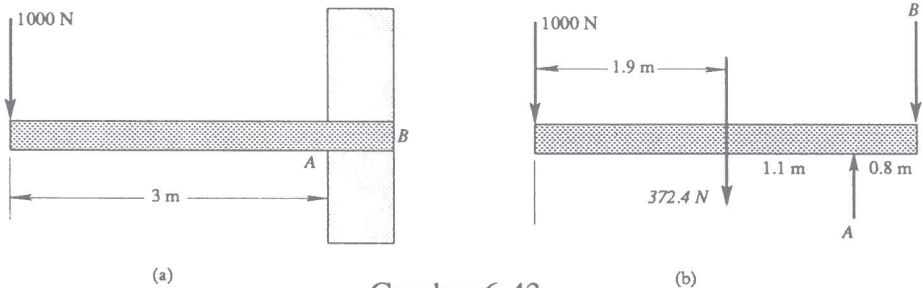
6-54 Sebuah batang homogen berada dalam keadaan setimbang pada posisi seperti dalam gambar 6-41. Dinding vertikal sebelah kiri adalah licin. Tentukan besar sudut pada saat setimbang ini.

Jawab : $\cos\theta = \sqrt[3]{\frac{2a}{l}}$

Gambar 6-41

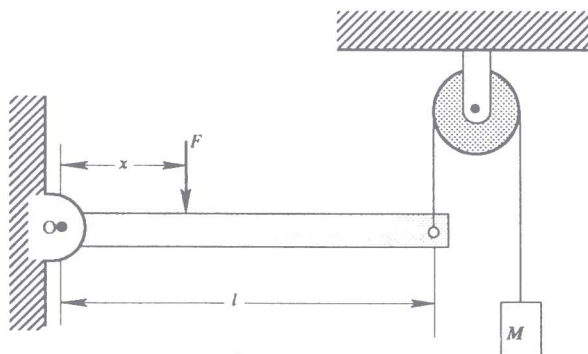
6-55 Tentukan besar gaya tegang kabel yang menahan batang BC agar tidak tergelincir (Gambar 6-42), Massa batang 9 kg dan permukaan lantai dianggap licin.

Jawab : T = 22,07 N

Gambar 6-42

6-56 Sebuah batang ditanam dalam tambak sejauh 0,8 m dan pada ujung yang lain diberi beban 1000 N. (Gambar 6-43), Tentukan besar gaya reaksi batang di A dan B, bila massa batang 10 kg/m.

Jawab : A = 5630 N dan B = 4260 N.

Gambar 6-43

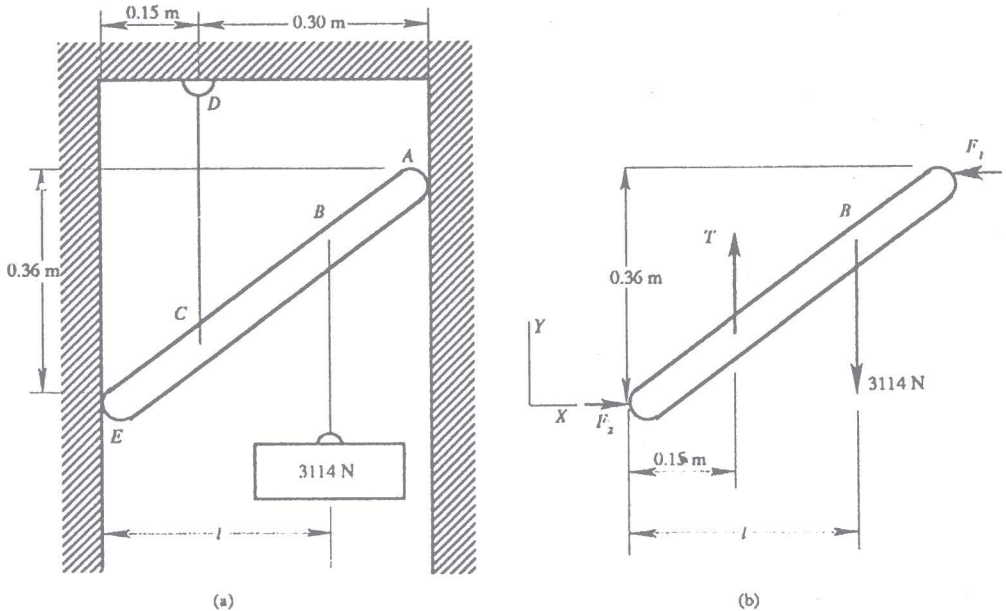
6-57 Berapa jauh dari ujung batang harus diberikan gaya vertikal F agar batang dalam sistem Gambar 6-44 berada pada posisi horizontal ?

Jawab : $x = M\,g\,\ell/F$

Gambar 6-44

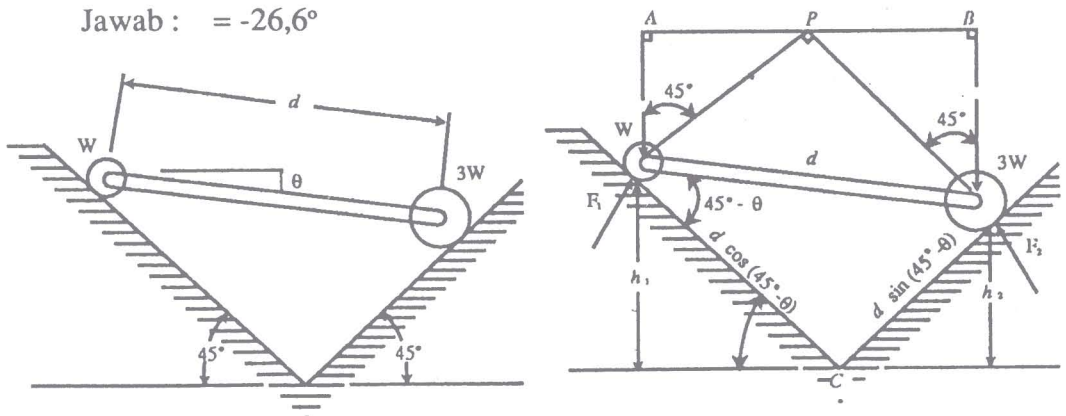
6-58 Sebuah batang yang ringan ditahan dengan tali di C, dan di B digantungkan beban seberat 3114 N. Kedua ujung batang tertahan oleh dinding vertikal yang licin dan sistem dalam keadaan setimbang (Gambar 6-45)

(a) Jika $\ell = 0{,}25$ m, hitunglah tegangan tali CD dan gaya reaksi di A dan B.

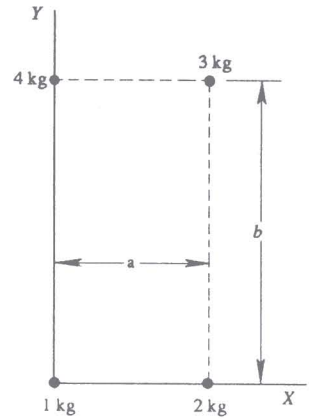
(b) Tentukan harga maksimum ℓ jika gaya reaksi terbesar di E adalah 2224 N.

Jawab : (a) $F_1 = F_2 = 865$ N (b) 0,41 cm

Gambar 6-45

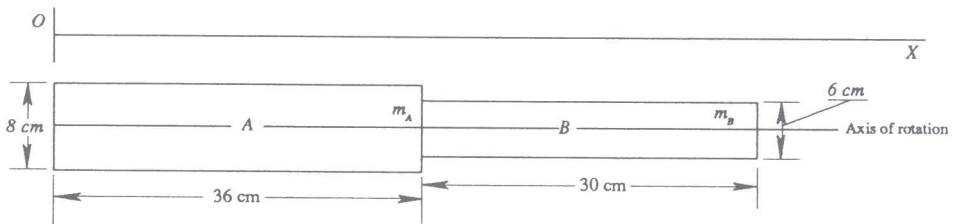
6-59 Dua buah roda beratnya w dan 3 w, dihubungkan dengan batang yang ringan dan sistem bergerak bebas di atas kemiringan seperti ditunjukkan dalam Gambar 6-46. Tentukan sudut yang di buat oleh batang dan horizontal ketika sistem dalam keadaan setimbang statik.

Jawab : = -26,6°

Gambar 6 – 47

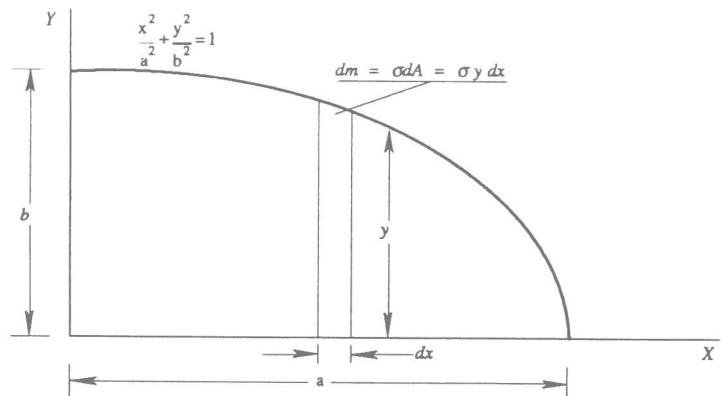
6-60 Empat partikel mempunyai massa 1 kg, 2 kg, 3 kg dan 4 kg masing-masing menempati titik sudut empat persegi panjang yang sisinya 1 m dan 2 m. Tentukan lokasi dari pusat massa sistem (Gambar 6-47).

Jawab : $x_{pm} = 0,5$ m dan $y_{pm} = 1,4$ m

Gambar 6-47

6-61 Gambar 6-48 adalah pandangan depan dari suatu bagian mesin yang terbuat dari bahan yang homogen. Tentukan pusat massanya.

Jawab : $x_{pm} = 28,53$ cm dan $y_{pm} = 0$

Gambar 6-48

6-62 Tentukan pusat massa dari quadran bagian ellip yang tipis, yang terbuat dari bahan homogen dengan massa persatuan luas. (Gambar 6-49)

Jawab : $x_{p.m} = \frac{4\ a}{3\ \pi}$ dan $y_{p.m} = \frac{4\ b}{3\ \pi}$

Gambar 6-49

SOAL YANG DIPECAHKAN

6-1 Tentukan letak pusat massa dari sistem benda titik yang terdiri dari : $m_1 = 5$ kg berada di (0,0), $m_2 = 30$ kg berada pada (15,20), $m_3 = 20$ kg berada pada (30,0) dan $m_4 = 15$ kg berada pada (-15,10). Koordinat dalam cm.

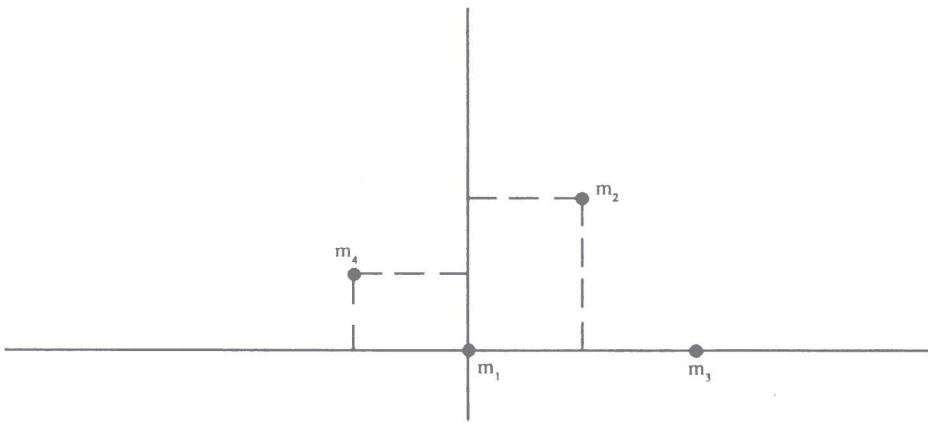
Jawab :

$$m = \sum m_i = (5 + 30 + 20 + 15)\text{ kg} = 70\text{ kg}$$

$$x_{p.m} = \frac{\sum x_i\, m_i}{\sum m_i} = \frac{(5.0) + (30.15) + (20.30) + (15.-15)}{70}$$

$$= 11,8\text{ cm}$$

$$y_{p.m} = \frac{\sum y_i\, m_i}{\sum m_i} = \frac{(5.0) + (30.20) + (20.0) + (15.10)}{70}$$

$$= 10,7\text{ cm}$$

Gambar 6-4

6-2

$m_1 = 8$ kg berada pada (4,1)

$m_2 = 4$ kg berada pada (1,-3)

$m_3 = 4$ kg berada pada (-2,2)

$F_1 = 16$ N bekerja pada $m_1 \rightarrow \bar{F}_1 = 16\,\hat{y}$ N

$F_2 = 14$ N bekerja pada $m_2 \rightarrow \bar{F}_2 = 14\,\hat{x}$ N

$F_3 = 6$ N bekerja pada $m_3 \rightarrow \bar{F}_3 = -6\,\hat{x}$ N